

ПРОГРАММА КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА

Приложение к рабочей программе по дисциплине Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, направленной на подготовку к сдаче кандидатских экзаменов

1. Общие положения

Кандидатские экзамены являются составной частью аттестации научных и научно-педагогических кадров. Настоящая программа кандидатского экзамена составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования и разработана согласно требованиям законодательства Российской Федерации в системе послевузовского профессионального образования.

2. Цель кандидатского экзамена

Целью кандидатского экзамена – определение уровня знаний, полученных аспирантами в результате освоения образовательных программ высшего образования, их готовность к защите кандидатской диссертации.

3. Содержание программы

Раздел 1. Основные вопросы

Раздел 1 полностью соответствует программе-минимум кандидатского экзамена по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», утвержденной приказом Минобрнауки РФ от 25.02.2009 г. № 59 (http://vak.ed.gov.ru/help_desk). Программа разработана экспертным советом Высшей аттестационной комиссии по управлению, вычислительной технике и информатике при участии МГУ им. М.В. Ломоносова.

1.1. Математические основы

Элементы теории функций и функционального анализа. Понятие меры и интеграла Лебега. Метрические и нормированные пространства. Пространства интегрируемых функций. Пространства Соболева. Линейные непрерывные функционалы. Теорема Хана-Банаха. Линейные операторы. Элементы спектральной теории. Дифференциальные и интегральные операторы.

Экстремальные задачи. Выпуклый анализ. Экстремальные задачи в евклидовых пространствах. Выпуклые задачи на минимум. Математическое программирование, линейное программирование, выпуклое

программирование. Задачи на минимум. Основы вариационного исчисления. Задачи оптимального управления. Принцип максимума. Принцип динамического программирования.

Теория вероятностей. Математическая статистика. Аксиоматика теории вероятностей. Вероятность, условная вероятность. Независимость. Случайные величины и векторы. Элементы корреляционной теории случайных векторов. Элементы теории случайных процессов. Точечное и интервальное оценивание параметров распределения. Элементы теории проверки статистических гипотез. Элементы многомерного статистического анализа. Основные понятия теории статистических решений. Основы теории информации.

1.2. Информационные технологии

Принятие решений. Общая проблема решения. Функция потерь. Байесовский и минимаксный подходы. Метод последовательного принятия решения.

Исследование операций и задачи искусственного интеллекта. Экспертизы и неформальные процедуры. Автоматизация проектирования. Искусственный интеллект. Распознавание образов.

1.3. Компьютерные технологии

Численные методы. Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей. Численное дифференцирование и интегрирование. Численные методы поиска экстремума. Вычислительные методы линейной алгебры. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений. Сплайн-аппроксимация, интерполяция, метод конечных элементов. Преобразования Фурье, Лапласа, Хаара и др. Численные методы вейвлет-анализа.

Вычислительный эксперимент. Принципы проведения вычислительного эксперимента. Модель, алгоритм, программа.

Алгоритмические языки. Представление о языках программирования высокого уровня. Пакеты прикладных программ.

1.4. Методы математического моделирования

Основные принципы математического моделирования. Элементарные математические модели в механике, гидродинамике, электродинамике. Универсальность математических моделей. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы. Вариационные принципы построения математических моделей

Методы исследования математических моделей. Устойчивость. Проверка адекватности математических моделей.

Математические модели в научных исследованиях. Математические модели в статистической механике, экономике, биологии. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем.

Задачи редукции к идеальному прибору. Синтез выходного сигнала идеального прибора. Проверка адекватности модели измерения и адекватности результатов редукции.

Модели динамических систем. Особые точки. Бифуркации. Динамический хаос. Эргодичность и перемешивание. Понятие о самоорганизации. Диссипативные структуры. Режимы с обострением.

Раздел 2. Дополнительные вопросы

Вопросы в разделе 2 определяются содержанием Основной программы высшего образования, по направлению подготовки 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника» (специальность 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ») научно-педагогических кадров в аспирантуре БУ ВО «Сургутский государственный университет».

2.1. Математическое моделирование

1. Вариационные принципы. Иерархия моделей. Универсальность математических моделей.
2. Применение аналогий при построении моделей. Нелинейность математических моделей.
3. Схема: модель – алгоритм – программа. Основные этапы математического моделирования.
4. Вариационные принципы в механике. Кинетическое уравнение Больцмана.
5. Локальное термодинамическое равновесие. H–теорема Больцмана.
6. Система гидродинамических уравнений для сжимаемого вязкого теплопроводного газа.
7. Иерархическая цепочка гидродинамических моделей газа.
8. Методы подобия. П – теорема. Инвариантно – групповой метод.
9. Автомодельные решения. Разрывные решения.
10. Дискретные модели. Численные методы математического моделирования сложных объектов.

2.2. Стохастические методы

1. Моделирование случайных величин
2. Моделирование некоторых специальных распределений.
3. Центральная предельная теорема. Вихрь Мерсена.
4. Генераторы равномерно распределенных величин на многообразиях.
5. Закон больших чисел и его применение для вычисления интегральных средних.
6. Моделирование случайных процессов и общая схема метода Монте Карло. Обобщенные плотности.
7. Случайные процессы и их моделирование.
8. Конструктивное задание случайных процессов.

9. Законы сохранения. Обобщённое уравнение Больцмана. Уравнение Больцмана кинетической теории газов и уравнение Смолуховского теории коагуляции.

10. Уравнения механики сплошной среды, порождённые уравнениями физической кинетики.

2.3. Методы имитационного моделирования

1. Уравнения Власова. Уравнения Кортвега – Де Фриза, Кадомцева – Петвиашвили, Хопфа.

2. Примеры решений уравнения Лиувилля для течений с разрывным полем скоростей.

3. Некоторые специальные решения уравнений газодинамики, уравнений Больцмана и Смолуховского.

4. Две математические модели столкновения бильярдных шаров, приводящие к решениям уравнения Больцмана.

5. Сходимость в целом приближенных методов. Достаточные условия сходимости приближенных методов для ОДУ.

6. Метод исчезающей вязкости для конечномерной квазилинейной системы законов сохранения.

7. Выделение классов корректности регулярных функциональных решений. Понятие решения в среднем. Разрешимость в среднем нелинейных систем.

8. Градиентные системы квазилинейных уравнений. О выборе классов функциональных решений.

9. Моделирование пространственно-однородной коагуляции на основе однократного розыгрыша пары взаимодействующих частиц (быстрая коагуляция).

10. Вычислительный эксперимент для пространственно-однородной модели быстрой коагуляции на основе однократного розыгрыша пары взаимодействующих частиц.

11. Метод прямого моделирования медленной коагуляции, основанный на повторных розыгрышах пар взаимодействующих частиц.

12. Разностный метод для уравнения Смолуховского с источником частиц.

2.4. Тензорный анализ

1. Общее определение тензора. Основные тензорные операции.

2. Тензоры, дифференциальная форма записи.

3. Кососимметрические тензоры типа $(0, k)$. Внешнее произведение дифференциальных форм.

4. Тензоры в римановом и псевдоримановом пространстве.

5. Псевдотензоры.

6. Ковариантная производная. Символы Кристоффеля. Ковариантное дифференцирование в метрическом пространстве.

7. Параллельный перенос. Геодезические.

8. Связность согласованная с метрикой. Формулы Кристоффеля
9. Внешний дифференциал формы. Интегрирование дифференциальных форм.
10. Общая формула Стокса.

2.5. Параллельные вычисления

1. Понятие «мета-компьютинг». Проблемная ориентация высокопроизводительных компьютеров и вычислительных систем. Специфика предъявляемых к ним требований.
2. Трактовка понятия «архитектура». Рост частоты процессоров в сравнении с ростом производительности, значение архитектуры. Параллелизм.
3. Классическая систематика Флинна. Оценка производительности высокопроизводительных компьютеров и вычислительных систем.
4. Закон Амдала, теоретический и реальный рост производительности при распараллеливании вычислений.
5. Процессоры ЭВМ. Классификация процессоров. Архитектура системы команд (CISC, RISC, MISC). Понятие о матричных и волновых процессорах.
6. Основные классы современных параллельных компьютеров. SMP, MPP, NUMA, PVP, Кластеры.
7. Векторная обработка. Зацепление команд. Понятие о векторизации программ. Преграды для векторизации.
8. Алгоритмы Деккера и Петерсона. Семафоры Дейкстры. Алгоритм Лэмпорта.
9. Две модели программирования: последовательная и параллельная. Две парадигмы параллельного программирования. Параллелизм данных. Параллелизм задач.
10. 3 основных требования к параллельному алгоритму: concurrency, scalability, locality.
11. Методика разработки параллельных алгоритмов. Разбиение исходной задачи.
12. Декомпозиция на уровне данных, функциональная декомпозиция.

4. Перечень примерных вопросов

1. Понятие меры и интеграла Лебега. Метрические и нормированные пространства. Пространства интегрируемых функций.
2. Пространства Соболева. Линейные непрерывные функционалы. Теорема Хана-Банаха. Линейные операторы. Дифференциальные и интегральные операторы.
3. Выпуклый анализ. Экстремальные задачи в евклидовых пространствах. Выпуклые задачи на минимум.
4. Математическое программирование, линейное программирование, выпуклое программирование. Задачи на минимакс.

5. Аксиоматика теории вероятностей. Вероятность, условная вероятность. Независимость. Случайные величины и векторы. Элементы корреляционной теории случайных векторов.
6. Математическая статистика. Элементы теории случайных процессов. Точечное и интервальное оценивание параметров распределения. Элементы теории проверки статистических гипотез.
7. Элементы многомерного статистического анализа. Основные понятия теории статистических решений. Основы теории информации.
8. Общая проблема решения. Функция потерь. Байесовский и минимаксный подходы. Метод последовательного принятия решения.
9. Исследование операций и задачи искусственного интеллекта. Экспертизы и неформальные процедуры. Автоматизация проектирования.
10. Искусственный интеллект. Распознавание образов.
11. Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей.
12. Численное дифференцирование и интегрирование.
13. Численные методы поиска экстремума.
14. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений.
15. Сплайн-аппроксимация, интерполяция.
16. Численные методы вейвлет-анализа.
17. Вычислительный эксперимент. Принципы проведения вычислительного эксперимента. Модель, алгоритм, программа.
18. Алгоритмические языки. Представление о языках программирования высокого уровня.
19. Основные принципы математического моделирования. Универсальность математических моделей. Применение аналогий при построении моделей. Нелинейность математических моделей.
20. Методы исследования математических моделей. Устойчивость. Проверка адекватности математических моделей.
21. Математические модели в научных исследованиях. Математические модели в статистической механике, экономике, биологии.
22. Модели динамических систем. Особые точки. Бифуркации. Динамический хаос.
23. Эргодичность и перемешивание. Понятие о самоорганизации. Диссипативные структуры.
24. Методы подобия. П – теорема. Автомодельные решения.
25. Закон больших чисел и его применение для вычисления интегральных средних.
26. Моделирование случайных процессов и общая схема метода Монте Карло. Обобщенные плотности.
27. Уравнения Власова. Уравнения Кортвега – Де Фриза, Кадомцева – Петвиашвили, Хопфа.
28. Некоторые специальные решения уравнений газодинамики, уравнений Больцмана и Смолуховского.

29. Моделирование пространственно-однородной коагуляции на основе однократного розыгрыша пары взаимодействующих частиц (быстрая коагуляция).
30. Выделение классов корректности регулярных функциональных решений. Понятие решения в среднем. Разрешимость в среднем нелинейных систем.
31. Метод прямого моделирования медленной коагуляции, основанный на повторных розыгрышах пар взаимодействующих частиц.
32. Разностный метод для уравнения Смолуховского с источником частиц.
33. Общее определение тензора. Основные тензорные операции. Тензоры в римановом и псевдоримановом пространстве.
34. Ковариантная производная. Символы Кристоффеля. Ковариантное дифференцирование в метрическом пространстве.
35. Параллельный перенос. Геодезические.
36. Связность согласованная с метрикой. Формулы Кристоффеля
37. Общая формула Стокса.
38. Понятие «мета-компьютинг». Проблемная ориентация высокопроизводительных компьютеров и вычислительных систем. Специфика предъявляемых к ним требований.
39. Трактовка понятия «архитектура». Рост частоты процессоров в сравнении с ростом производительности, значение архитектуры. Параллелизм.
40. Классическая систематика Флинна. Оценка производительности высокопроизводительных компьютеров и вычислительных систем.
41. Закон Амдала, теоретический и реальный рост производительности при распараллеливании вычислений.
42. Процессоры ЭВМ. Классификация процессоров. Архитектура системы команд (CISC, RISC, MISC). Понятие о матричных и волновых процессорах.
43. Основные классы современных параллельных компьютеров. SMP, MPP, NUMA, PVP, Кластеры.
44. Векторная обработка. Зацепление команд. Понятие о векторизации программ. Преграды для векторизации.
45. Алгоритмы Деккера и Петерсона. Семафоры Дейкстры. Алгоритм Лэмпорта.
46. Две модели программирования: последовательная и параллельная. Две парадигмы параллельного программирования. Параллелизм данных. Параллелизм задач.
47. 3 основных требования к параллельному алгоритму: concurrency, scalability, locality.
48. Методика разработки параллельных алгоритмов. Разбиение исходной задачи.
49. Декомпозиция на уровне данных, функциональная декомпозиция.
50. Основы вариационного исчисления. Задачи оптимального управления. Принцип максимума. Принцип динамического программирования.
51. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы. Элементарные математические модели в

механике, гидродинамике, электродинамике. Основные этапы математического моделирования.

52. Вариационные принципы построения математических моделей. Кинетическое уравнение Больцмана. Иерархическая цепочка гидродинамических моделей газа.