

**БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ХАНТЫ-МАНСИЙСКОГО АВТОНОМНОГО ОКРУГА – ЮГРЫ
«Сургутский государственный университет»**

**Политехнический институт
Кафедра прикладной математики**

**Демонстрационная версия экзаменационного задания
по направлению подготовки 09.06.01 Информатика и вычислительная техника
направленность Математическое моделирование, численные методы и комплексы
программ**

1. Дивергенция векторного поля $\mathbf{F} = (xy^2, -yz, z^2)$ равна (выберите один правильный вариант из предложенных)

- а) $x + z^2$
- б) $x^2 + z^2$
- в) $y^2 - z$
- г) $z - x^2$

2. Ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{n \ln n} \right)$ (выберите один правильный вариант из предложенных)

- а) сходится абсолютно
- б) сходится условно
- в) расходится
- г) сходится равномерно

3. Функция $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{1}{2} e^x$ является общим решением дифференциального уравнения (выберите один правильный вариант из предложенных)

- а) $y'' + y = e^x$
- б) $y' + y = e^x$
- в) $y'' + y' = 0$
- г) $y'' + 2y' + y = e^x$

4. Разложение функции $f(x) = \sqrt{1+x}$ до члена с x^2 записывается как (выберите один правильный вариант из предложенных)

- а) $1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + o(x^2)$
- б) $1 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}x^2 + o(x^2)$
- в) $1 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x^2 + o(x^2)$
- г) $1 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{12}x^2 + o(x^2)$

5. Связь между декартовой и сферической системой координат определяется как (выберите один правильный вариант из предложенных)

а)
$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi, \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x = r \cos \theta \cos \phi, \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} x = r \cos \theta \sin \phi, \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi, \\ y = r \sin \theta \cos \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases}$$

6. Поток векторного поля $\mathbf{a} = \left(\frac{x}{3}, \frac{y}{3}, \frac{z}{3} \right)$ через внешнюю сторону поверхности куба со стороной h равен (выберите один правильный вариант из предложенных)

а) 0

б) h^3

в) $3h^2$

г) $\frac{h^4}{3}$

7. Укажите верный порядок этапов математического моделирования (выберите один правильный вариант из предложенных)

а) математическое исследование

б) постановка задачи

в) осмысление решения

1) а б в

2) б в а

3) а в б

4) б а в

8. Итерационной формулой $\vec{x}_{n+1} = \vec{x}_n + a \nabla \Phi(\vec{x}_n)$ описывается (выберите один правильный вариант из предложенных)

а) метод покоординатного спуска

б) метод градиентного спуска

в) метод наискорейшего спуска

г) метод Пауэлла

9. Величина градиента скалярного поля $U = x^2 - y^2 + yz - x$ в точке $A = (1, 0, -1)$ равна (выберите один правильный вариант из предложенных)

- а) $\sqrt{2}$
- б) $-\sqrt{2}$
- в) $-\sqrt{3}$
- г) $\sqrt{3}$

10. Укажите характеристическое уравнение для уравнения $y''' + 6y' - y = 0$ (выберите один правильный вариант из предложенных)

- а) $k^3 + 6k^2 - k = 0$
- б) $k^3 = 0$
- в) $3k^2 + 6 = 0$
- г) $k^3 + 6k - 1 = 0$

11. Связь между сферической и декартовой системой координат определяется как (выберите один правильный вариант из предложенных)

- а)
$$\left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\ \theta = \arccos\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) \\ \phi = \arctg\left(\frac{y}{x}\right) \end{array} \right.$$
- б)
$$\left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\ \theta = \arcsin\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) \\ \phi = \arctg\left(\frac{y}{x}\right) \end{array} \right.$$
- в)
$$\left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\ \theta = \arccos\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{z}\right) \\ \phi = \arctg\left(\frac{y}{x}\right) \end{array} \right.$$

$$\text{г) } \left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\ \theta = \arccos\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{z}\right) \\ \phi = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right) \end{array} \right.$$

12. Поток векторного поля $\mathbf{a} = (2x, z, 2z)$ через внешнюю сторону сферы радиуса R равен (выберите один правильный вариант из предложенных)

а) 0

б) $\frac{4}{3}\pi R^3$

в) R^2

г) $\frac{16}{3}\pi R^3$

13. Математическое ожидание дискретной случайной величины X , принимающей значения x_i с вероятностями p_i ($i = 1, \dots, n$) равно (выберите один правильный вариант из предложенных)

а) $M[X] = \max_{1 \leq i \leq n} \{x_i p_i\}$

б) $M[X] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i p_i$

в) $M[X] = \sum_{i=1}^n x_i p_i$

г) $M[X] = \sum_{i=1}^n (x_i p_i)^2$

14. Коэффициент a_n в разложении функции $f(x)$ в интервале $(-\pi, \pi)$ в ряд Фурье $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ равен (выберите один правильный вариант из предложенных)

а) $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx$

б) $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} n f(x) \, dx$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx$$

в)

$$a_n = \frac{\pi}{2} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin x \, dx$$

г)

15. Метод Рунге-Кутты используется для (выберите один правильный вариант из предложенных)

- а) численного решения СЛАУ
- б) решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений
- в) решения задачи на собственные значения
- г) быстрого преобразования Фурье

16. Частное решение линейного дифференциального уравнения $y'' - 12y' + 36y = 24 \cos x$ имеет вид (выберите один правильный вариант из предложенных)

- а) $y = xA \cos x$
- б) $y = A \cos 6x + B \sin 6x$
- в) $y = xA \cos 6x$
- г) $y = A \cos x + B \sin x$

17. Метод стрельбы используется для (выберите один правильный вариант из предложенных)

- а) решения задачи на собственные значения
- б) быстрого преобразования Фурье
- в) решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений
- г) численного решения СЛАУ

18. Ротор векторного поля $\mathbf{F} = (xy, yz, zx)$ равен (выберите один правильный вариант из предложенных)

- а) $y\mathbf{i} + z\mathbf{j} + x\mathbf{k}$
- б) $\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$
- в) $-y\mathbf{i} + z\mathbf{j} + x\mathbf{k}$
- г) $-y\mathbf{i} - z\mathbf{j} - x\mathbf{k}$

19. Погрешность исходных данных – это (выберите один правильный вариант из предложенных)

- а) Погрешность, возникающая в результате неточных измерений
- б) Погрешность, связанная с приближённым характером исходной содержательной модели
- в) Погрешность, связанная с подменой точных операторов и данных приближенными
- г) Погрешность, обусловленная необходимостью выполнять операции над числами, усеченными до определённого количества разрядов

20. Интерполяционный многочлен Лагранжа $L_n(x)$ можно найти как (выберите один правильный вариант из предложенных)

- а)
$$f(x) = \sum_{i=0}^n f_i \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}$$
- б)
$$f(x) = \sum_{j=0}^s \left(A_{j,1} (x - x_j)^{m_j-1} + A_{j,2} (x - x_j)^{m_j-2} + \dots + A_{j,m_j} \right) \hat{W}_j(x)$$
- в)
$$f(x) = \sum_{i=0}^n f_i \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{\sin(x - x_j)}{\sin(x_i - x_j)}$$
- г)
$$f(x) = f(x_0) + \sum_{k=1}^n (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{k-1}) f(x_0, x_1, \dots, x_n)$$

21. Укажите формулу Грина (выберите один правильный вариант из предложенных)

- а)
$$\oint_{\gamma} Pdx + Qdy = \iint_D (P + Q) dx dy$$
- б)
$$\oint_{\gamma} Pdx + Qdy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$$
- в)
$$\oint_{\gamma} Pdx + Qdy = \iint_D \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} \right) dx dy$$
- г)
$$\oint_{\gamma} Pdx + Qdy = \iint_D \frac{\partial^2 (P + Q)}{\partial x \partial y} dx dy$$

22. Для нахождения значения определённого интеграла по методу центральных прямоугольников с использованием неравномерной сетки, необходимо произвести вычисления по формуле (выберите один правильный вариант из предложенных)

- а)
$$I = f(a)(b - a)$$
- б)
$$I = \sum_{i=1}^n f\left(\frac{x_{i-1} + x_i}{2}\right)(x_i - x_{i-1})$$
- в)
$$I = \frac{h}{2}(f_0 + f_n) + h \sum_{i=1}^{n-1} f_i$$
- г)
$$I = h \sum_{i=1}^{n-1} f\left(x_i - \frac{h}{2}\right)$$

23. Работы силы $\mathbf{F} = (P, Q, R)$ по перемещению материальной точки вдоль кривой γ равна (выберите один правильный вариант из предложенных)

- а)
$$\int_{\gamma} (P - Q)dx + (Q - R)dy + (R - P)dz$$
- б)
$$\int_{\gamma} \frac{\partial P}{\partial x} dx + \frac{\partial Q}{\partial y} dy + \frac{\partial R}{\partial z} dz$$
- в)
$$\int_{\gamma} Pdx - Qdy - Rdz$$

$$\int_{\gamma} Pdx + Qdy + Rdz$$

24. Дивергенция векторного поля $\mathbf{F} = (x^3 + y^2 + z, y^3 + z^2 + x, z^3 + x^2 + y)$ равна (выберите один правильный вариант из предложенных)

а) 0

б) $x^2 + y^2 + z^2$

в) $3(x^2 + y^2 + z^2)$

г) $-3(x^2 + y^2 + z^2)$

25. Даны прямоугольные координаты точки $M(-\sqrt{3}; -1)$. Полярные координаты точки M равны (выберите один правильный вариант из предложенных)

а) $\left(-2; -\frac{5\pi}{6}\right)$

б) $\left(2; -\frac{5\pi}{6}\right)$

в) $\left(-2; \frac{5\pi}{6}\right)$

г) $\left(2; -\frac{\pi}{6}\right)$

26. Даны полярные координаты точки $M\left(3; \frac{\pi}{4}\right)$. Прямоугольные координаты точки

M равны (выберите один правильный вариант из предложенных)

а) $\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}; -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

б) $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}; -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

в) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

г) $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}; \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

27. Укажите формулу замены переменных в двойном интеграле (выберите один правильный вариант из предложенных)

а) $\iint_D f(x, y) dx dy = \iint_D |J| du dv$

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_{\alpha}^{\beta} f(x(t), y(t)) \sqrt{(x'_t)^2 + (y'_t)^2} dt$$

б) $\iint_D f(x, y) dx dy = \iint_G f(x(u, v), y(u, v)) |J| du dv$

в) $\iint_D f(x, y) dx dy = \iint_G \operatorname{div} f du dv$

г) $\iint_D f(x, y) dx dy = \iint_G \operatorname{div} f du dv$

28. При выполнении соотношения $|x_{n+1} - x_n| < |x_n - x_{n-1}|$ можно говорить о (выберите один правильный вариант из предложенных)

- а) сходимости метода
 б) отсутствии сходимости метода
 в) достижении заданной точности
 г) возрастании погрешности

29. Интерполяционный многочлен Ньютона $P_n(x)$ можно найти как (выберите один правильный вариант из предложенных)

$$f(x) = \sum_{i=0}^n f_i \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}$$

а) $f(x) = \sum_{j=0}^s \left(A_{j,1} (x - x_j)^{m_j-1} + A_{j,2} (x - x_j)^{m_j-2} + \dots + A_{j,m_j} \right) \hat{W}_j(x)$

б) $f(x) = \sum_{i=0}^n f_i \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{\sin(x - x_j)}{\sin(x_i - x_j)}$

в) $f(x) = f(x_0) + \sum_{k=1}^n (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{k-1}) f(x_0, x_1, \dots, x_k)$

г)

30. Укажите формулу для вычисления криволинейного интеграла первого рода (выберите один правильный вариант из предложенных)

$$\int_{\gamma} f(x, y) ds = \int_{\alpha}^{\beta} f(x(t), y(t)) x^2(t) dt$$

а) $\int_{\gamma} f(x, y) ds = \int_{\alpha}^{\beta} f(x(t), y(t)) \sqrt{(x'_t)^2 + (y'_t)^2} dt$

б) $\int_{\gamma} f(x, y) ds = \int_{\alpha}^{\beta} \operatorname{rot} f dt$

в) $\int_{\gamma} f(x, y) ds = \int_{\alpha}^{\beta} (x'_t + y'_t) dt$

г)

31. Функция $y = C_1 \cos \frac{x}{4} + C_2 \sin \frac{x}{4}$ является общим решением дифференциального уравнения (выберите один правильный вариант из предложенных)

а) $16y'' + 4y = e^x$

б) $y'' + \frac{y}{16} = 0$

в) $16y' + y = e^x$

г) $y'' + 16y = 0$

32. Оценить относительную погрешность функции u приближенных аргументов x_i можно по формуле (выберите один правильный вариант из предложенных)

а) $\Delta u = |U - u|$

б) $\delta_u = \frac{\Delta u}{|u|}$

в) $\Delta u = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial u}{\partial x_i} \right| \Delta_{x_i}$

г) $\delta_u = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial \ln u}{\partial x_i} \right| \Delta_{x_i}$

33. Метод трехдиагональной прогонки используется для (выберите один правильный вариант из предложенных)

а) решения задачи на собственные значения

б) быстрого преобразования Фурье

в) решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

г) численного решения СЛАУ

34. Поток векторного поля $\mathbf{a} = (x + y, y + z, z + x)$ через внешнюю сторону поверхности прямоугольного параллелепипеда со сторонами a, b, c равен (выберите один правильный вариант из предложенных)

а) $3abc$

б) abc

в) 6

г) 1

35. Уравнение Лапласа имеет вид (выберите один правильный вариант из предложенных)

а) 1) $\Delta u = 0$

б) 2) $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$

в) 3) $\nabla \times \mathbf{u} = 0$

г) 4) $u_{tt} = 0$

36. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию (вычисляемые)

$$xy' = x + 2y, \quad y(1) = 1.$$

37. В качестве ответа написать значение решения $y(x)$ в точке $x = 2$: _____ (вычисляемые)

38. Интеграл $\iint_D x \cos(x + y) dx dy$ по области $D = \left\{ 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2} \right\}$ равен _____ (вычисляемые)

39. Построить интерполяционный многочлен $P_2(x)$ степени не выше второй, проходящий через точки $(-1, 2)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$. Чему равно значение $P_2(2)$ _____ (вычисляемые)

40. Задача называется корректно поставленной, если ее решение существует, единственно и _____ зависит от исходных данных (вычисляемые)

41. Несобственный интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x}}$ равен _____ (вычисляемые)

42. Циркуляция непрерывно-дифференцируемого векторного поля \mathbf{a} вдоль контура кусочно-гладкой поверхности S равна потоку _____ векторного поля \mathbf{a} через поверхность S (вычисляемые)

43. Разностная схема называется _____, если численное решение непрерывно зависит от исходных данных и эта зависимость равномерна относительно шага сетки (вычисляемые)

44. Интеграл $\int_{\gamma} f(x, y, z) ds$ по кривой γ называется криволинейным интегралом _____ рода (вычисляемые)

45. Условия Коши-Римана являются необходимыми и достаточными условиями существования _____ функции комплексной переменной (вычисляемые)

46. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию (вычисляемые)

$$xy' = \sqrt{1 - y^2}, \quad y(1) = 0$$

47. В качестве ответа написать значение решения $y(x)$ в точке $x = e$ _____ (вычисляемые)

48. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию (вычисляемые)

$$(1 + x^2)dy + ydx = 0, \quad y(1) = 1$$

49. В качестве ответа написать значение решения $y(x)$ в точке $x=0$
_____ (вычисляемые)

50. Площадь фигуры, ограниченной кривыми: $y=\ln x$, $x-y=1$, $x=0$, $y=-2$ равна
_____ (вычисляемые)